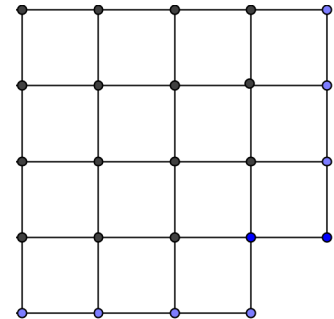


**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 7 класса

7.1. Разрезать фигуру, изображенную на рисунке справа, на три равные части: линии разрезов должны проходить по сторонам квадратов.



7.2. В 7-м «А» классе мальчики составляют 45% учеников, девочки – 55%. После того, как в класс пришли двое новеньких – мальчик – мальчиков и девочек в классе стало по 50%. Сколько учеников стало в классе?

7.3. Как-то на чердаке заброшенного дома была найдена древняя тетрадь, в которой было записано 2018 утверждений – вот они:

- 1) «В этой тетради имеется ровно 1 неверное утверждение»,
- 2) «В этой тетради имеется ровно 2 неверных утверждения»,

.....

....,

2018) «В этой тетради имеется ровно 2018 неверных утверждений».

Есть ли среди этих утверждений верные, и если есть, то какие?

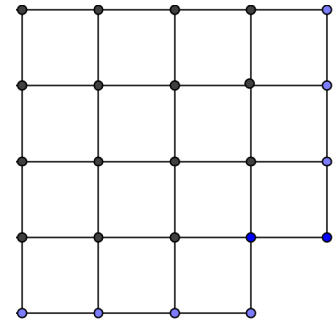
7.4. На заборе были написаны следующие числа: 1, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 16, но Боря и Вася стерли по очереди по четыре числа, и сумма чисел, стертых Борей, оказалась втрое меньше суммы чисел, стертых Васей. Какое число осталось на доске?

7.5. Имеется 101 монета, среди которых сто настоящих и одна фальшивая, которая легче настоящих. За какое количество взвешиваний на чашечных весах без гирь можно гарантированно определить фальшивую монету?

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 7 класса

7.1. Разрезать фигуру, изображенную на рисунке справа, на три равные части: линии разрезов должны проходить по сторонам квадратов.



7.2. В 7-м «А» классе мальчики составляют 45% учеников, девочки – 55%. После того, как в класс пришли двое новеньких – мальчик – мальчиков и девочек в классе стало по 50%. Сколько учеников стало в классе?

7.3. Как-то на чердаке заброшенного дома была найдена древняя тетрадь, в которой было записано 2018 утверждений – вот они:

- 1) «В этой тетради имеется ровно 1 неверное утверждение»,
- 2) «В этой тетради имеется ровно 2 неверных утверждения»,

.....

....,

2018) «В этой тетради имеется ровно 2018 неверных утверждений».

Есть ли среди этих утверждений верные, и если есть, то какие?

7.4. На заборе были написаны следующие числа: 1, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 16, но Боря и Вася стерли по очереди по четыре числа, и сумма чисел, стертых Борей, оказалась втрое меньше суммы чисел, стертых Васей. Какое число осталось на доске?

7.5. Имеется 101 монета, среди которых сто настоящих и одна фальшивая, которая легче настоящих. За какое количество взвешиваний на чашечных весах без гирь можно гарантированно определить фальшивую монету?

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 8 класса

8.1. В 8-м «А» классе мальчики составляют 30% учеников, и девочки 70%. После того, как в класс пришли двое новеньких – близнецы Коля и Оля – доля мальчиков в классе возросла до 31,25%. Сколько учеников было в классе до прихода новеньких?

8.2. Один из попугаев A , B , C всегда говорит правду, другой всегда врет, а третий хитрец – иногда говорит правду, иногда врет. На вопрос “*Кто В?*” они ответили:

A: “Он лжец!”

B: “Не верьте, я хитрец!”

C: “Он абсолютно честный попугай!”

Кто из попугаев лжец, а кто хитрец?

8.3. Выпуклый многоугольник F помещается внутри выпуклого многоугольника Φ . Доказать, что периметр внутреннего многоугольника (F) не превосходит периметра внешнего многоугольника (Φ).

8.4. Отличник перемножил все натуральные числа до 2018 включительно. У полученного произведения он вычислил сумму его цифр; у полученного в результате этого числа он снова вычислил сумму его цифр и так далее – у всякого очередного полученного числа он вычислял сумму его цифр – пока не получил однозначное число. Какое это было число?

8.5. Найдите все натуральные числа, оканчивающиеся цифрой 6 (справа), которые от перестановки этой цифры влево, увеличиваются в четыре раза.

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 8 класса

8.1. В 8-м «А» классе мальчики составляют 30% учеников, и девочки 70%. После того, как в класс пришли двое новеньких – близнецы Коля и Оля – доля мальчиков в классе возросла до 31,25%. Сколько учеников было в классе до прихода новеньких?

8.2. Один из попугаев A , B , C всегда говорит правду, другой всегда врет, а третий хитрец – иногда говорит правду, иногда врет. На вопрос “*Кто В?*” они ответили:

A: “Он лжец!”

B: “Не верьте, я хитрец!”

C: “Он абсолютно честный попугай!”

Кто из попугаев лжец, а кто хитрец?

8.3. Выпуклый многоугольник F помещается внутри выпуклого многоугольника Φ . Доказать, что периметр внутреннего многоугольника (F) не превосходит периметра внешнего многоугольника (Φ).

8.4. Отличник перемножил все натуральные числа до 2018 включительно. У полученного произведения он вычислил сумму его цифр; у полученного в результате этого числа он снова вычислил сумму его цифр и так далее – у всякого очередного полученного числа он вычислял сумму его цифр – пока не получил однозначное число. Какое это было число?

8.5. Найдите все натуральные числа, оканчивающиеся цифрой 6 (справа), которые от перестановки этой цифры влево, увеличиваются в четыре раза.

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 9 класса

9.1. На доске написано 1001 различных натуральных чисел. Известно, что сумма любых трех из них (но различных) больше суммы любых двух (также различных). Может ли среди этих чисел оказаться число 2018?

9.2. Окружность касается стороны AB треугольника ABC в точке C' и продолжений сторон CA и CB в точках A' и B' соответственно. Найдите длины отрезков AA' и BB' , если известны длины сторон треугольника: $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

9.3. Решить систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 + x_1 + x_2 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ x_8 + x_9 + x_0 = 0, \\ x_9 + x_0 + x_1 = 0 \end{array} \right\} .$$

9.4. Положительное число S представить в виде суммы двух слагаемых, произведение которых будет наибольшим.

9.5. Лиса Алиса и Кот Базилио имеют перед собой кучу из 2018 монет. Они по очереди берут из этой кучи от 1 до 6 монет (ходы Лисы Алисы и Кота Базилио строго чередуются; пропуск ходов не разрешается: хотя бы одну монету за свой ход должен взять каждый, но число монет, взятых за один ход, не может превышать шести). Выигравшим считается тот, кто заберет последнюю монету. Кто станет победителем при правильной игре, если первый ход делает Лиса Алиса?

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 9 класса

9.1. На доске написано 1001 различных натуральных чисел. Известно, что сумма любых трех из них (но различных) больше суммы любых двух (также различных). Может ли среди этих чисел оказаться число 2018?

9.2. Окружность касается стороны AB треугольника ABC в точке C' и продолжений сторон CA и CB в точках A' и B' соответственно. Найдите длины отрезков AA' и BB' , если известны длины сторон треугольника: $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

9.3. Решить систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 + x_1 + x_2 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ x_8 + x_9 + x_0 = 0, \\ x_9 + x_0 + x_1 = 0 \end{array} \right\}.$$

9.4. Положительное число S представить в виде суммы двух слагаемых, произведение которых будет наибольшим.

9.5. Лиса Алиса и Кот Базилио имеют перед собой кучу из 2018 монет. Они по очереди берут из этой кучи от 1 до 6 монет (ходы Лисы Алисы и Кота Базилио строго чередуются; пропуск ходов не разрешается: хотя бы одну монету за свой ход должен взять каждый, но число монет, взятых за один ход, не может превышать шести). Выигравшим считается тот, кто заберет последнюю монету. Кто станет победителем при правильной игре, если первый ход делает Лиса Алиса?

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 10 класса

10.1. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два целых корня, каждый из которых больше 2. Доказать, что $f(1)$ – целое составное число.

10.2. Лестница длиной $2l$ прислонена вертикально к стене. На середине лестницы (на расстоянии l от обоих ее концов) неподвижно сидит кошка. В какой-то момент времени нижний край лестницы начинает скользить по полу, удаляясь от стены (верхний край лестницы соскальзывает по стене, а кошка сидит неподвижно относительно лестницы на занятой ей середине). По какой траектории движется кошка от начального момента времени, когда она сидела на высоте l от пола (прислоненная к стене), до момента приземления (соприкосновения с полом на расстоянии l от стены)?

10.3. На доске написано 1001 различных натуральных чисел. Известно, что сумма любых четырех из них (но различных) больше суммы любых трех (также различных). Может ли среди этих чисел оказаться число 2018?

10.4. Положительное число P представить в виде произведения двух положительных сомножителей, сумма которых будет наименьшей.

10.5. Пусть $P(x)$ – многочлен с целыми коэффициентами. Известно, что значения $P(1), P(2), P(3), \dots, P(2018)$ – трехзначные натуральные числа. Доказать, что многочлен $P(x)$ не имеет целых корней.

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 10 класса

10.1. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два целых корня, каждый из которых больше 2. Доказать, что $f(1)$ – целое составное число.

10.2. Лестница длиной $2l$ прислонена вертикально к стене. На середине лестницы (на расстоянии l от обоих ее концов) неподвижно сидит кошка. В какой-то момент времени нижний край лестницы начинает скользить по полу, удаляясь от стены (верхний край лестницы соскальзывает по стене, а кошка сидит неподвижно относительно лестницы на занятой ей середине). По какой траектории движется кошка от начального момента времени, когда она сидела на высоте l от пола (прислоненная к стене), до момента приземления (соприкосновения с полом на расстоянии l от стены)?

10.3. На доске написано 1001 различных натуральных чисел. Известно, что сумма любых четырех из них (но различных) больше суммы любых трех (также различных). Может ли среди этих чисел оказаться число 2018?

10.4. Положительное число P представить в виде произведения двух положительных сомножителей, сумма которых будет наименьшей.

10.5. Пусть $P(x)$ – многочлен с целыми коэффициентами. Известно, что значения $P(1), P(2), P(3), \dots, P(2018)$ – трехзначные натуральные числа. Доказать, что многочлен $P(x)$ не имеет целых корней.

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 11 класса

11.1. На шахматной доске расставили 8 ладей, так, что никакая ладья не бьет другую (иначе говоря, на каждой горизонтали доски находится по одной ладье и на каждой вертикали находится по одной ладье). Затем доску разделили на четыре равные четверти средними линиями шахматной доски. Доказать, что в левой верхней четверти доски столько же ладей, сколько в правой нижней.

11.2. На доске написано 1001 различных натуральных чисел. Известно, что сумма любых четырех из них (но различных) больше суммы любых трех (также различных). Найти минимальное значение суммы всех чисел.

11.3. Какое наименьшее число ходов потребуется коню, чтобы из одного угла шахматной доски $n \times n$ ($n \geq 4$) добраться до противоположного угла?

11.4. Пусть NS и EW – два перпендикулярных диаметра окружности Ω . Прямая l касается окружности Ω в точке S . Пусть A и B – точки на Ω , симметричные относительно диаметра EW . Обозначим через A' и B' точки пересечения l с прямыми NA и NB соответственно. Доказать, что $SA' \cdot SB' = SN^2$.

11.5. Лестница длиной l прислонена вертикально к стене. На середине лестницы сидит кошка. В момент времени $t_0 = 0$ нижний край лестницы начинает скользить по полу, удаляясь от стены со скоростью $v = 2t$, где t – момент времени (или промежуток времени, прошедший от момента t_0 – начала скольжения); верхний край лестницы соскальзывает по стене, а кошка сидит неподвижно относительно лестницы на ее середине. Останется ли кошка живой после приземления ее на пол?

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2018-2019 учебном году**

Задания для 11 класса

11.1. На шахматной доске расставили 8 ладей, так, что никакая ладья не бьет другую (иначе говоря, на каждой горизонтали доски находится по одной ладье и на каждой вертикали находится по одной ладье). Затем доску разделили на четыре равные четверти средними линиями шахматной доски. Доказать, что в левой верхней четверти доски столько же ладей, сколько в правой нижней.

11.2. На доске написано 1001 различных натуральных чисел. Известно, что сумма любых четырех из них (но различных) больше суммы любых трех (также различных). Найти минимальное значение суммы всех чисел.

11.3. Какое наименьшее число ходов потребуется коню, чтобы из одного угла шахматной доски $n \times n$ ($n \geq 4$) добраться до противоположного угла?

11.4. Пусть NS и EW – два перпендикулярных диаметра окружности Ω . Прямая l касается окружности Ω в точке S . Пусть A и B – точки на Ω , симметричные относительно диаметра EW . Обозначим через A' и B' точки пересечения l с прямыми NA и NB соответственно. Доказать, что $SA' \cdot SB' = SN^2$.

11.5. Лестница длиной l прислонена вертикально к стене. На середине лестницы сидит кошка. В момент времени $t_0 = 0$ нижний край лестницы начинает скользить по полу, удаляясь от стены со скоростью $v = 2t$, где t – момент времени (или промежуток времени, прошедший от момента t_0 – начала скольжения); верхний край лестницы соскальзывает по стене, а кошка сидит неподвижно относительно лестницы на ее середине. Останется ли кошка живой после приземления ее на пол?